Cycle 3 - Identifier un système à partir de sa réponse ou prévoir la réponse d'un système

TD3 – Suspension automobile

À l'issue de ce TD, vous devez être capables de :

- *Déterminer la réponse fréquentielle d'un système linéaire ;*
- *Tracer le diagramme asymptotique de Bode d'un système linéaire.*

1. Présentation du système

Objectifs : valider le comportement d'une suspension automobile vis-à-vis du confort des passagers en utilisant le modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales défini par la norme AFNOR E90-400 (cf. figure 2)

L'utilisation d'un système de suspensions est indispensable pour limiter l'impact des irrégularités de la surface d'une route sur le véhicule qui la parcourt. Il permet de limiter les risques de rupture et/ou d'usure excessive, améliore le confort de conduite et maintient le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (garanti la tenue de route).

Ainsi, la suspension constitue un dispositif de liaison entre des « masses non suspendues » (roues, système de freinage, ...) et des « masses suspendues » (châssis, moteur, ...).

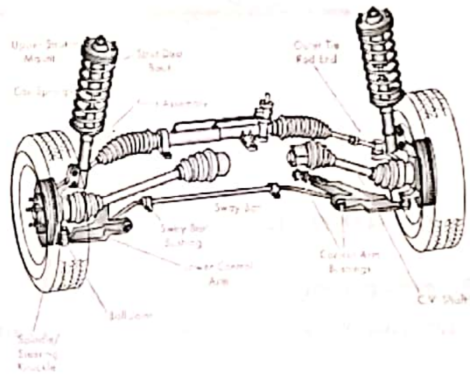


Figure 1 : suspension avant automobile

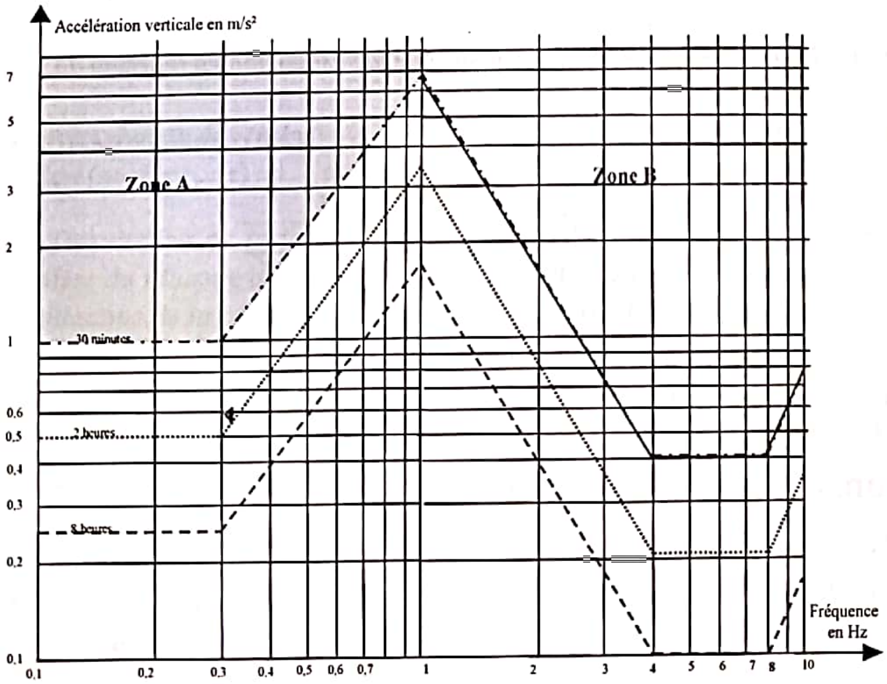


Figure 2 : tolérance du corps humain aux vibrations verticales (Norme AFNOR E90-400) – sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » (Zone A) et « la zone d'inconfort vibratoire » (Zone B).

Pour appréhender le fonctionnement de la suspension, on propose ici une modélisation de son fonctionnement (cf. figure 3) et on cherche à déterminer la réponse $z(t)$ à des déplacements $z_r(t)$ particuliers. Elle se compose d'un ressort et éventuellement d'un amortisseur (cf. figure 3).

Les caractéristiques du système sont les suivantes :

k : coefficient de raideur du ressort	$k = 500000 N.m^{-1}$
f : coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur	$f = 3000 N.m^{-1}.s$
$4.M$: masse suspendue du véhicule. *On suppose que chaque roue « supporte » le même poids M*	$M = 250kg$

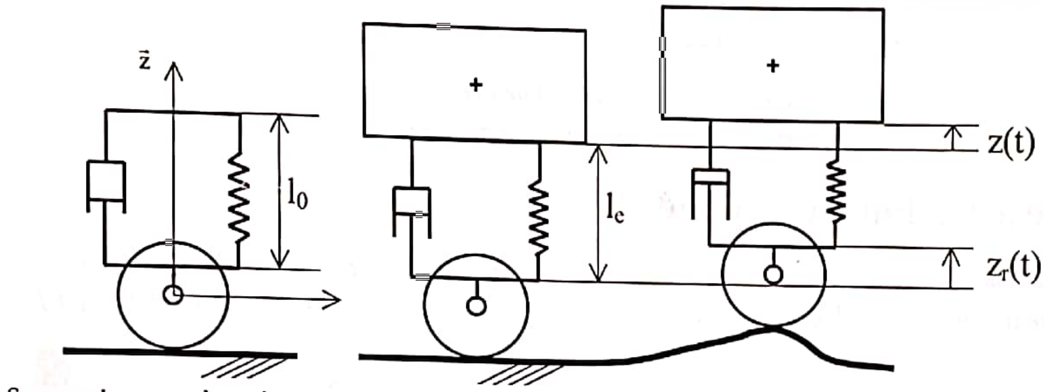


Figure 3 : modélisation de la suspension

2. Modélisation de la suspension

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à un quart du véhicule permet d'aboutir à la relation suivante entre les grandeurs $z(t)$ et $z_r(t)$:

$$M.\frac{d^2z(t)}{dt^2} + f.\frac{dz(t)}{dt} + k.z(t) = k.z_r(t) + f.\frac{dz_r(t)}{dt}$$

Qu. 1 : en déduire $H(p) = \frac{Z(p)}{Z_r(p)}$, fonction de transfert de la suspension en fonction de k, f et M.

Qu. 2 : calculer les paramètres K, τ, ξ, ω_0 correspondant à la forme canonique de $H(p)$:

$$H(p) = K.\frac{1 + \tau.p}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{1}{\omega_0{}^2}.p^2}$$

Pour la suite de l'exercice, les valeurs suivantes seront retenues :

- $K = 1$
- $\tau = 0{,}006s$
- $\xi = 0{,}13$
- $\omega_0 = 44{,}7 rad.s^{-1}$

3. Réponse harmonique de la suspension

On veut caractériser le comportement de la suspension lors du passage de la voiture sur une route bosselée. Pour cela on modélise l'entrée correspondante par une fonction sinusoïdale $z_r(t) = z_0.sin(\omega t)$ avec $z_0 = 0{,}1m$.

La pulsation ω de cette fonction sinusoïdale du temps dépend de la vitesse de passage du véhicule V et de la longueur d'onde λ (en mètres) du profil de route.

RAPPEL DE COURS : *l'étude harmonique d'un système linéaire continu et invariant est l'étude de sa réponse en régime permanent (ou régime établi) à une entrée sinusoïdale $e(t) = A.sin(\omega.t)$ (A = amplitude ; ω = pulsation en $rad.s^{-1}$).*

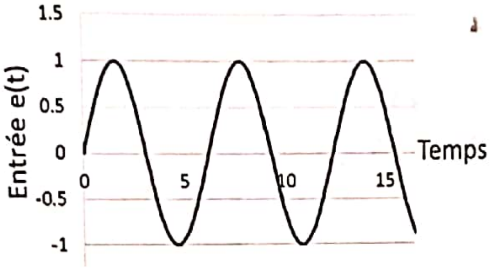


Figure 1 : Entrée sinusoïdale avec $A = 1$ et $\omega = 1\,rad.s^{-1}$

On rappelle qu'un système linéaire soumis à ce type de sollicitation sinusoïdale présentera une réponse en régime permanent sinusoïdale, de même pulsation ω, d'amplitude B et avec un éventuel déphasage φ (en rad) :

$$s(t) = B.sin(\omega.t + \varphi)$$

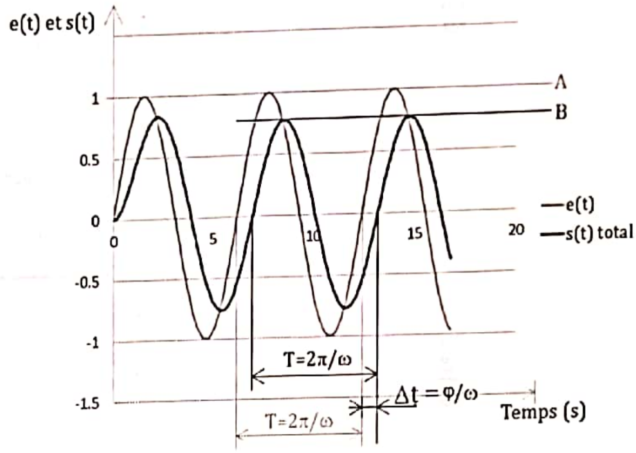


Figure 3 : Superposition de l'entrée sinusoïdale $e(t)$ appliquée à un système du premier ordre et de la réponse $s(t)$ à cette entrée.

L'amplitude du signal de sortie B et son déphasage φ sont significatifs du comportement du système et varient en fonction de ω. Faire l'étude harmonique du système revient à étudier ces variations.

De plus il est possible de montrer que :

$$\begin{cases} \dfrac{B(\omega)}{A} = G(\omega) = |H(j.\omega)| \\ \varphi(\omega) = \arg(H(j.\omega)) \end{cases}$$

Qu. 3 : calculer le gain $G(\omega)$ et la phase $\varphi(\omega)$ pour la suspension étudiée ici.

Qu. 4 : en déduire l'expression littérale de la fonction $z(t)$, réponse en régime permanent de la suspension, en fonction de $K, \tau, \xi, \omega_0, \omega$ et z_0 lorsqu'elle est soumise à une entrée sinusoïdale $z_r(t) = z_0.sin(\omega t)$.

Trois types de bosses, présentant des pulsations ω différentes sont envisagés pour la suite de l'étude. Les profils correspondant, modélisés sous la forme de signaux sinusoïdaux, sont tracés sur le document réponse en fin de sujet.

Qu. 5 : déterminer pour chacun des trois types de bosses l'expression de la fonction $z_r(t)$ à laquelle est soumise la suspension (notées $z_{r1}(t)$; $\dot{z}_{r2}(t)$; $z_{r3}(t)$).

Qu. 6 : en déduire l'expression de la fonction $z(t)$ (notées $z_1(t)$; $z_2(t)$; $z_3(t)$), correspondant aux oscillations de la caisse du véhicule pour chacun de ces signaux. Calculer numériquement la valeur de l'amplitude des oscillations de la caisse de la voiture. Conclure sur les performances de la suspension vis-à-vis de la norme AFNOR E90-400 (cf. figure 2).

4. Optimisation des performances de la suspension en terme de confort des passagers

Afin d'améliorer le confort des passagers, on souhaite représenter la réponse harmonique de la suspension pour tous les signaux sinusoïdaux de pulsation comprise entre $0{,}01 rad.s^{-1}$ et $1000 rad.s^{-1}$.

Qu. 7 : tracer (en les justifiant) les diagrammes de Bode asymptotiques du système de suspension.

Qu. 8 : à partir du diagramme de Bode réel donné figure 4, vérifier les résultats numériques obtenus à la question 6. Tracer sur le document réponse page suivante l'allure de la réponse temporelle du système à chacune des trois sollicitations étudiées précédemment.

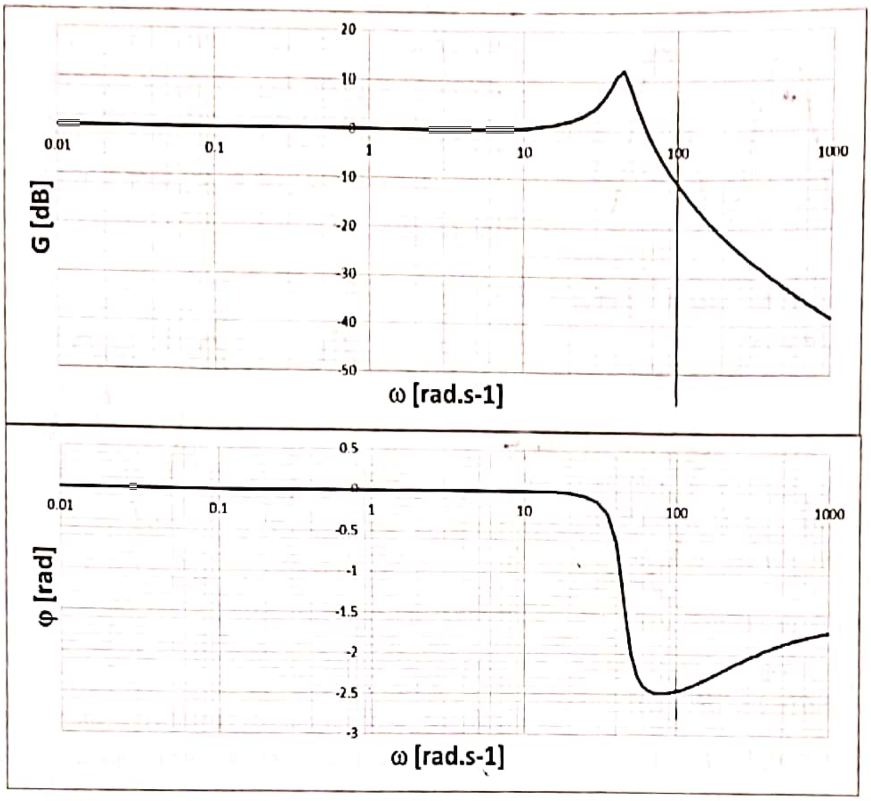


Figure 4 : diagramme de Bode réel du système de suspension

Qu. 9 : à partir des diagrammes tracés précédemment et des données de la Norme AFNOR E90-400 (cf. figure 2), proposer une stratégie d'optimisation du comportement de la suspension permettant d'obtenir un confort maximal pour les occupants de la voiture en toutes circonstances.

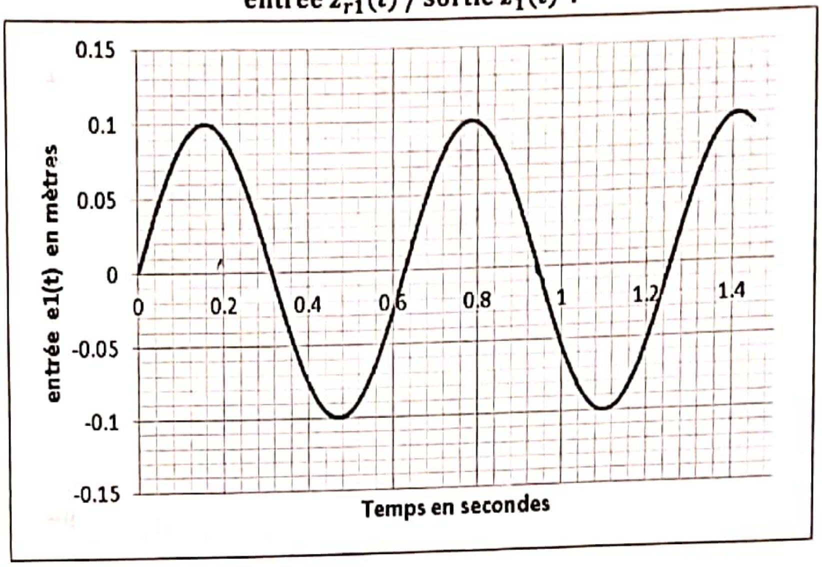
$T \simeq 0{,}63$ s

$\rightarrow f = \frac{100}{63}$

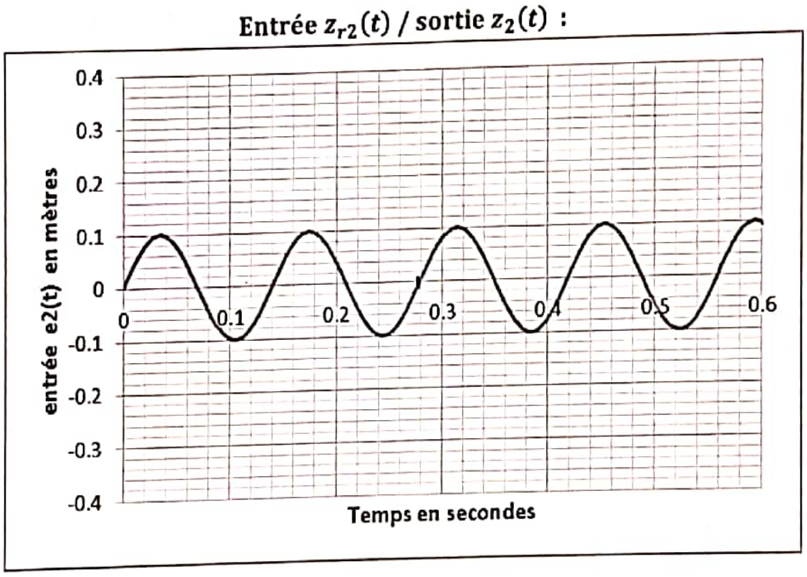
$\rightarrow \omega = \frac{100 \times 2\pi}{63}$

DREP :

entrée $z_{r1}(t)$ / sortie $z_1(t)$:



Entrée $z_{r2}(t)$ / sortie $z_2(t)$:



$3T = 0{,}22 - 0{,}03$

$3T = 0{,}19$ s

$T = \frac{19}{300}$

Entrée $z_{r3}(t)$ / sortie $z_3(t)$:

$T = 0{,}063$ s

$\rightarrow f_3 = \frac{300}{19}$

1,5